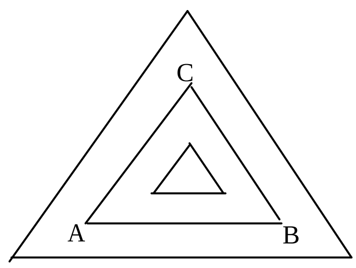
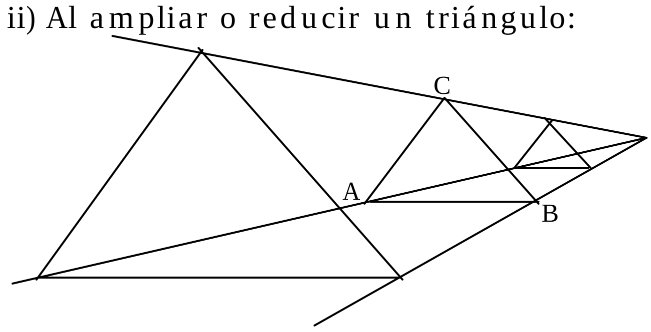
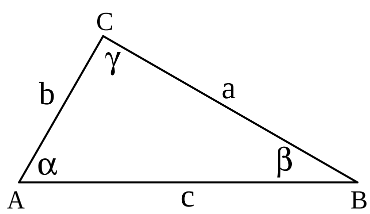
Semejanza de Triángulos:

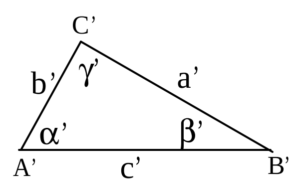
El concepto de semejanza corresponde a figuras de igual forma, pero no necesariamente de igual tamaño.

<u>Ejemplo</u>: Se obtienen triángulos semejantes al:

i) Al trazar paralelas a lados del triángulo:	ii) Al ampliar o reducir un triángulo:
	

Dos triángulos serán semejantes, ***si sus ángulos son iguales y sus lados homólogos proporcionales***; donde los lados homólogos son los opuestos a ángulos iguales, indicándose la semejanza por el símbolo $\sim$.

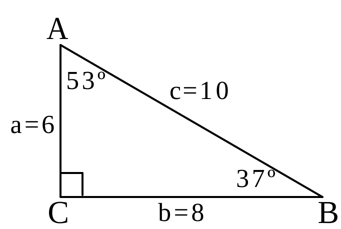


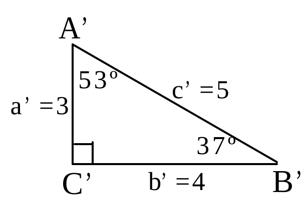


$$\left.\begin{array}{c} \alpha = \alpha' \\ \beta = \beta' \\ \gamma = \gamma' \\ \dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'} = \dfrac{c}{c'} \end{array}\right\} \Leftrightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

<u>Ejemplo</u>:

En base al $\triangle ABC$ y $\triangle A'B'C'$ de la figura se tiene que:





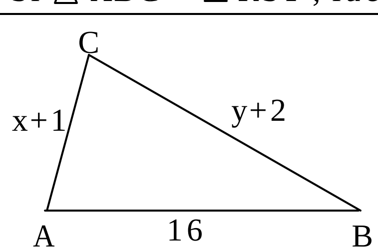
Los ángulos son iguales, vea si son proporcionales los lados homólogos; lados opuestos a ángulos iguales:

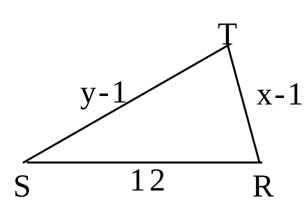
___ = ___ = ___

Luego $\triangle$ ABC $\triangle$ A'B'C'; debiendo existir una correspondencia entre los vértices, a los que les debe corresponder ángulos iguales.

<u>Ejercicio</u>:

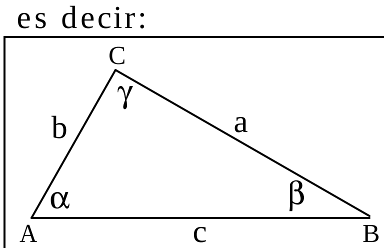
Si $\triangle ABC \sim \triangle RST$; luego "x" e "y" valen:

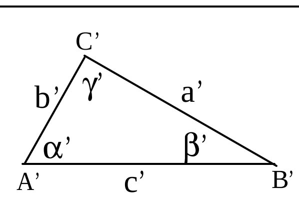




<u>Teoremas de semejanza:</u>

<u>Teorema 1</u>: Dos triángulos son semejantes si poseen dos pares de ángulos iguales; es decir:





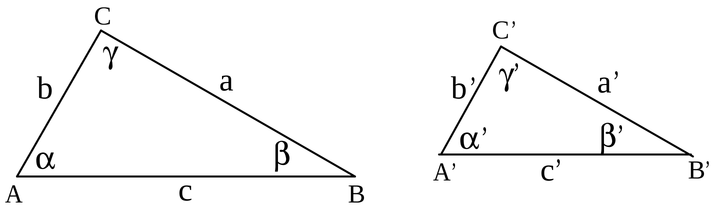
Si

$\alpha = \alpha'$ $\vee$ $\alpha = \alpha'$ $\vee$ $\gamma = \gamma'$

$\beta = \beta'$ $\quad$ $\gamma = \gamma'$ $\quad$ $\beta = \beta'$

luego $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

Teorema ***2:*** Dos triángulos son semejantes si poseen dos pares de lados homólogos proporcionales e igual el ángulo comprendido entre tales lados; es decir:



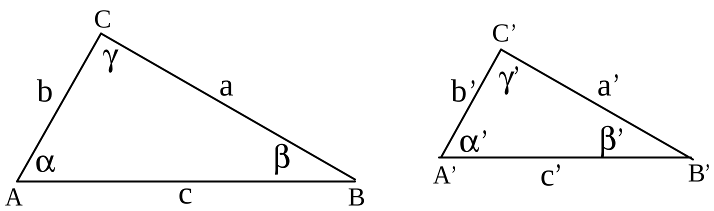
Si

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \quad \vee \quad \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \quad \vee \quad \frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$$

$$\gamma = \gamma' \qquad \alpha = \alpha' \qquad \beta = \beta'$$

luego $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

Teorema ***3:*** Dos triángulos son semejantes si poseen sus tres lados homólogos respectivamente proporcionales:

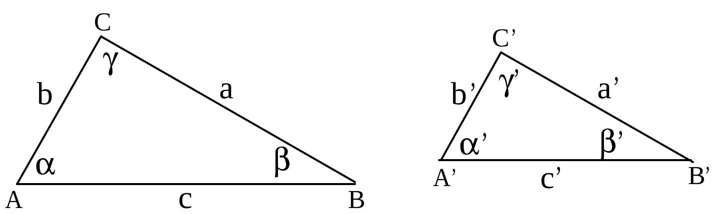


Si

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

luego $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

Teorema ***4:*** Dos triángulos son semejantes si poseen dos pares de lados homólogos proporcionales e igual el ángulo opuesto al mayor de estos lados.



Si

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \quad \vee \quad \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \quad \vee \quad \frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$$

(a y a’ l. mayor) *(c y c’ l. mayor)* *(c y c’ l. mayor)*

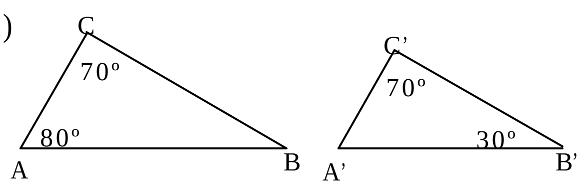
$$\alpha = \alpha' \qquad \gamma = \gamma' \qquad \gamma = \gamma'$$

luego $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

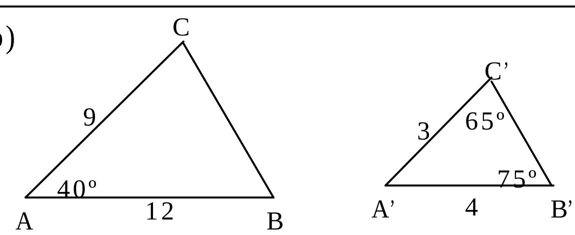
Ejercicio:

Verifique si $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ en c/u de los siguientes casos:

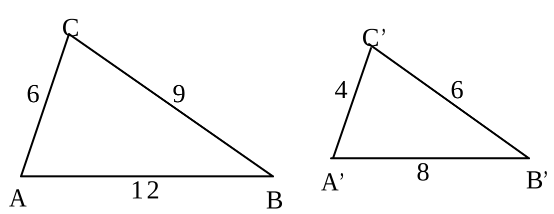
(a)



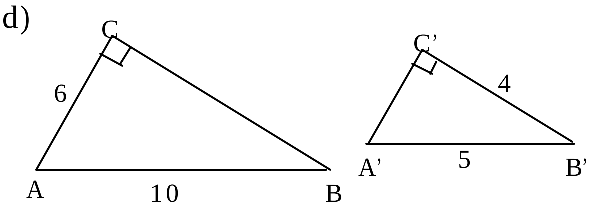
(b)



(c)

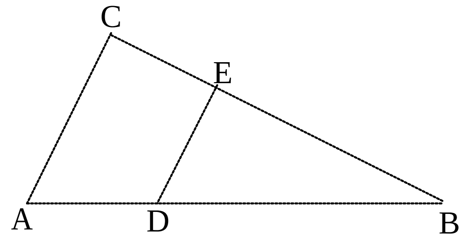


(d)



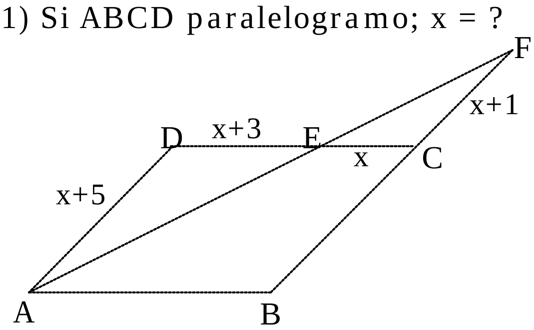
Notar que al trazar una paralela a un lado del triángulo , resulta un nuevo triángulo que es semejante al anterior.

Si $\overline{DE} // \overline{AC} \Rightarrow \triangle DBE \sim \triangle ABC$

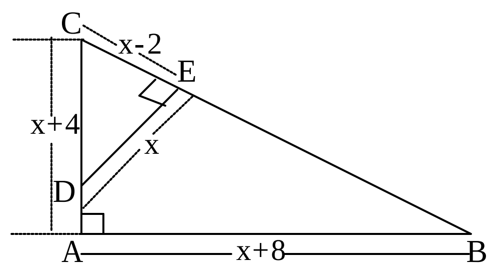


<u>Ejemplos</u>:

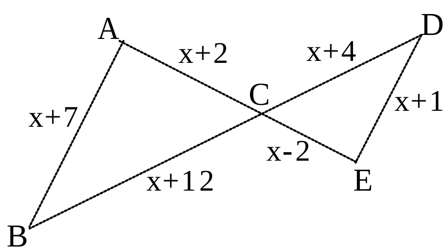
1) Si ABCD paralelogramo; x = ?



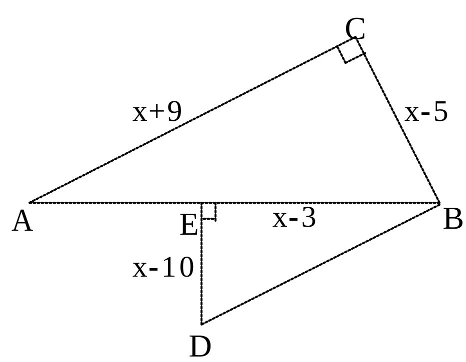
2) En base a la figura, se tiene que x = ?



3) Si $\overline{AB} // \overline{DE}$; luego el perímetro de la figura es:

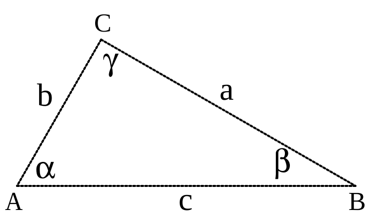


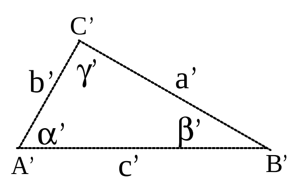
4) Si $\overline{AC} // \overline{BD}$; el área de la figura es:



Teoremas:

1) Si los triángulos son semejantes, sus lados homólogos son proporcionales a elementos lineales homólogos.

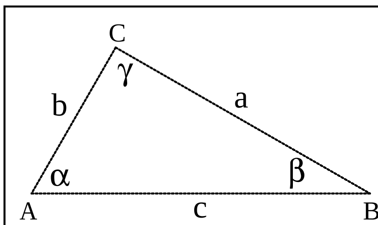


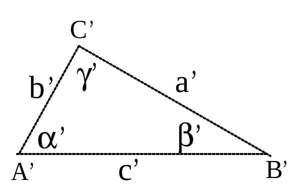


Si $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow$

$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=\frac{h_a}{h_{a'}}=\frac{b_b}{b_{b'}}=\frac{t_c}{t_{c'}}$$

2) Si los triángulos son semejantes, sus áreas son entre si como el cuadrado de dos elementos lineales homólogos.



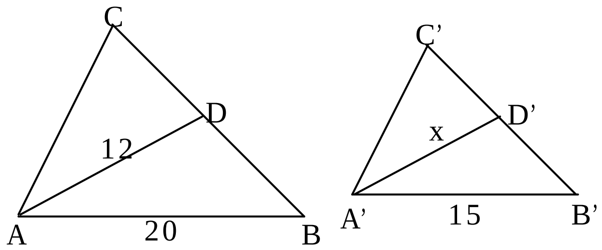


Si $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow$

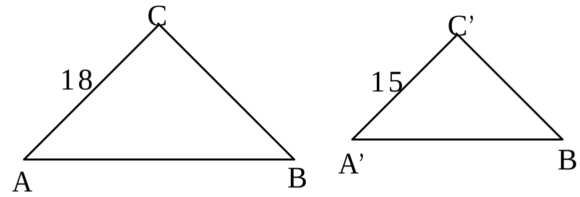
$$\frac{\text{Area } \triangle ABC}{\text{Area } \triangle A'B'C'}=\frac{a^2}{a'^2}=\frac{h_b^2}{h_{b'}^2}=\frac{b_b^2}{b_{b'}^2}=\frac{t_c^2}{t_{c'}^2}$$

Ejemplos:

1) Si $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ con $\overline{AD}$ y $\overline{A'D'}$ transversales; luego $\overline{A'D'}$ mide:



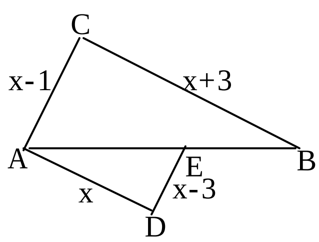
2) Si $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ y área $\triangle ABC$ = $72cm^2$; el área del $\triangle A'B'C'$ es:



Ejercicios Propuestos:

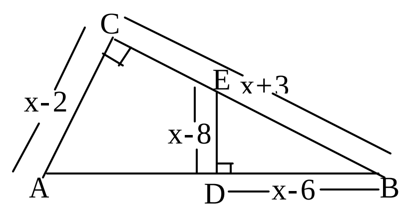
1) Si $\overline{AC} // \overline{DE}$ y $\overline{BC} // \overline{DA}$; se tiene que el valor de x es:

A) 3/7
B) 3
C) 4
D) 9
E) 13



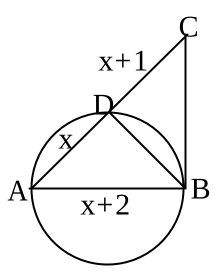
2) Se tiene que el valor de x es:

A) 5
B) 7
C) 9
D) 12
E) Otro valor



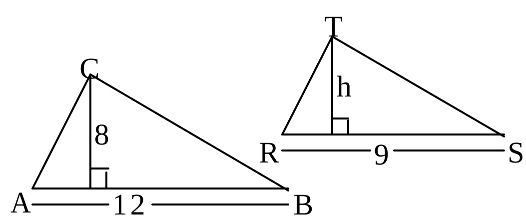
3) Si $\overline{AB}$ diámetro; el valor de x es:

A) 1
B) 3
C) 4
D) 6
E) 8



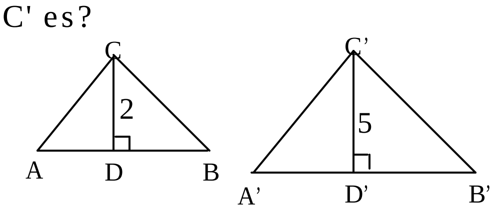
4) Si $\triangle ABC \sim \triangle RST$; luego h = ?

A) 2
B) 3
C) 4
D) 6
E) 9



5) Si $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$; el área $\triangle ABC$ = $16cm^2$ con $\overline{CD}$ y $\overline{C'D'}$ alturas. ¿El área del $\triangle A'B'C'$ es?

A) 20 cm^2
B) 27 cm^2
C) 40 cm^2
D) 100 cm^2
E) Otro valor.



6) Se puede conocer el perímetro del $\triangle ABC$ si:

(1) $\overline{AC} // \overline{DE}$

(2) $\overline{AC} : \overline{DE} = 3 : 2$

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) 2)
E) Se requiere información adicional.