CURSO DE MATEMATICA

PRUEBA DE SELECCIÓN A LA UNIVERSIDAD

Proceso de admisión 2011

La Prueba de Selección Universitaria parte matemática se caracteriza por:

- Incluir las materias de matemática del programa común **de primero a cuarto año de Enseñanza Media.**

- **Presentar preguntas que involucran:**

- Ejercicios directos y problemas prácticos aplicados a diversos temas y contextos de la vida diaria.

- Problemas de conocimiento, aplicaciones de propiedades y contenidos a un nivel cognitivo superior.

- Consta de **70** preguntas para ser desarrollada en un tiempo de **2 horas 15 minutos**.

UNIDADES DE LA P.S.U.
PARTE MATEMATICA

1. Conjuntos Numéricos y Proporcionalidad.
2. Algebra y Funciones.
3. Geometría.
4. Estadística y Probabilidad.

Objetivo general del curso:

Capacitar al postulante para desarrollar una eficiente P.S.U. parte matemática; en la aplicación de contenidos, propiedades, procedimientos, inferencias, interpretaciones y conclusiones que permitan la resolución de problemas de la vida diaria y situaciones nuevas que enfatizan la capacidad de análisis y de síntesis.

TRABAJO SEMANAL

- 1ª Sesión — **CONTENIDOS Y EJERCITACIÓN**
- 2ª Sesión — **CONTENIDOS Y EJERCITACIÓN**
- 3ª Sesión — **CONTENIDOS Y EJERCITACIÓN**

Duración del curso: 35 semanas

Cada 5 semanas hay un repaso y ensayo general.

CONJUNTOS NUMÉRICOS:

- **Definiciones Conjuntistas: Pertenencia, subconjuntos y operaciones entre conjuntos.**
- **Números naturales, cardinales, pares, impares, dígitos, primos y compuestos.**
- **Orden en los naturales.**
- **Operaciones en IN: adición , sustracción, multiplicación , división**
- **Propiedades de las operaciones en IN.**
- **Prioridad de operaciones, paréntesis y problemas.**

Definiciones Conjuntistas:

Un conjunto es una lista, colección o agrupación de objetos bien definidos, los que se llaman elementos, los que se escriben entre llaves separados por comas.

Un conjunto puede quedar definido de dos formas:

i) Por Extensión: **Cuándo se escriben todos los elementos que lo forman.**

ii) Por Comprensión: **Cuándo se indican sus elementos por medio de una propiedad precisa, que permita identificarlos.**

Ejemplo:

El conjunto A que posee por elementos a los números dígitos definido por:

i) Extensión es:

$$A = \{ 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 \}$$

ii) Comprensión es:

$$A = \{ x / x \text{ es número de una cifra} \}$$

***Pertenencia*:**

Si "x" es un elemento de un conjunto A se tiene que "x" pertenece a A; lo que se denota por x Î A ; de no cumplirse la condición anterior "x" no pertenece a A; lo que se denota por x Ï A.

Ejemplo: Sea el conjunto:

A = { x/x es letra de la palabra estudiar }

Escrito por extensión y en orden alfabético sería:

A = { a , d , e , i , r , s , t , u }

luego:

a Î A	r Î A	s Î A	y Ï A
u Î A	b Ï A	c Ï A	t Î A

Subconjuntos:

Si todo elemento de un conjunto A es elemento de un conjunto B; se tiene que “A es subconjunto de B” lo que se denota por A Í B ; de no cumplirse la condición anterior “A no es subconjunto de B” ; lo que se denota por A ~~Í~~ B.

Ejemplo:

Sean los conjuntos:

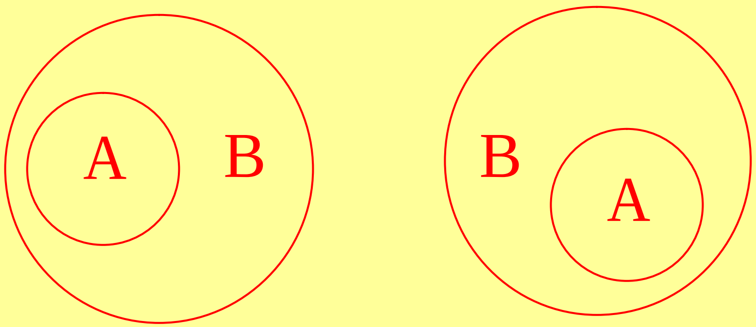
R = { 1,3,5 }   S = { 1,5,7 }   T = { 1,3,5,7,9 } ;

entonces:

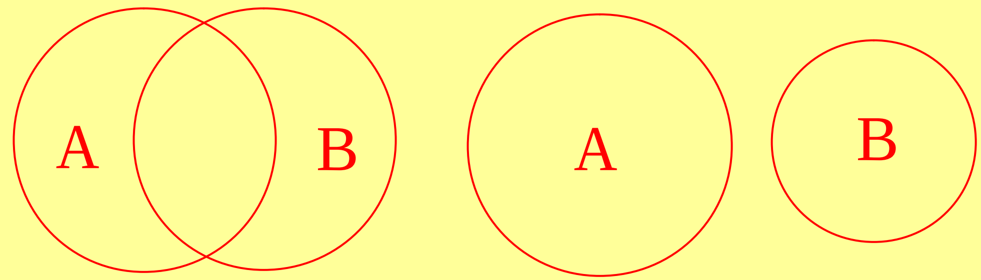
R Í **T**	**R** ~~Í~~ **S**	**T** ~~Í~~ **R**
S Í **T**	**S** ~~Í~~ **R**	**T** ~~Í~~ **S**

Diagramas:

a) Si $A \subseteq B$ con $A \neq B$; se representa por:



b) Si $A \not\subseteq B$; se representa por:



Conjunto vacío:

Es todo conjunto que carece de elementos, el que suele llamarse conjunto nulo, denotándose por el símbolo Æ.

Ejemplo:

Sea el conjunto: B = { x / x - 2 = 1 Ù x es par } ;

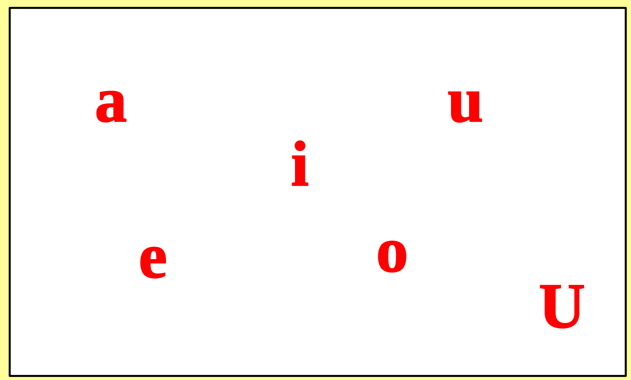
se tiene que B = Æ

(el Ù : y exige el cumplimiento de ambas condiciones)

Conjunto Universal:

Es el conjunto formado por todos los elementos que componen una lista, colección o agrupación de objetos, denotándose por U y representándose gráficamente por un rectángulo.

Ejemplos:



El conjunto de las vocales, el del abecedario, el conjunto de los números dígitos, primos, etc. son conjuntos universales.

Operaciones entre conjuntos:

1) Unión: **La unión de los conjuntos A y B es el conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a A o a B o a ambos conjuntos; es decir se considera a todos los elementos.**

La unión de los conjuntos A y B se denota por A È B.

Ejemplo:

A = { a , b , c , d }   ;   B = { b , d , e , f }

A È B = { a , b , c , d , e , f }

2) *Intersección:* **La intersección de los conjuntos A y B es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a ambos conjuntos a la vez.**

La intersección de los conjuntos A y B se denota por A Ç B.

Ejemplo:

A = { a , b , c , d } ; B = { b , d , e , f }

A Ç B = { b , d }

3) *Diferencia:* **La diferencia de los conjuntos A y B es el conjunto de todos los elementos de A que no pertenecen a B.**

La diferencia entre el conjunto A y B se denota por $A - B$.

Ejemplo:

Si $A = \{ \underline{a}, b, \underline{c}, d \}$ y $B = \{ b, d, \underline{e}, \underline{f} \}$; luego

$$A - B = \{ a , c \}$$

Recíprocamente: $B - A = \{ e , f \}$

Notar que $A – B$ 1 $B – A$

4) *Complemento*: El complemento de un conjunto A con respecto a un conjunto universal U , es el conjunto de todos los elementos de U que no pertenecen a A.

El complemento del conjunto A se denota por A’.

Ejemplo:

Si U = { x/x es número dígito } y A = { 2,5,7,9 } ;

luego

U = { 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 }

A’= { 0,1,3,4,6,8 }

Ejercicios:

Sea $U = \{1,2,3,4,5,6\}$; $A = \{1,3,4,6\}$ y $B = \{1,4,5,6\}$; calcular:

(a) $A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6\}$

(b) $A \cap B = \{1, 4, 6\}$

(c) $A - B = \{3\}$

(d) $B - A = \{5\}$

(e) $A' = \{2, 5\}$

(f) $B' = \{2, 3\}$

(g) $A' \cup B' = \{2, 3, 5\}$

(h) $A' \cap B' = \{2\}$

(i) $A' - B' = \{5\}$

(j) $B' - A' = \{3\}$

(k) $(A \cup B)' = \{2\}$

(l) $(A \cap B)' = \{2, 3, 5\}$

(m) $(A - B)' = \{1, 2, 4, 5, 6\}$

(n) $(B - A)' = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

CONJUNTOS NUMERICOS:

Los Números Naturales: **Son los elementos del conjunto IN; donde:**

$$\mathbf{IN = \{1,2,3,4,5,6,.........\}}$$

Si a los números naturales le agregamos el cero como elemento se obtiene el conjunto de los *Números Cardinales* o INo ; entonces:

$$\mathbf{IN_o = \{0,1,2,3,4,5,6,........\}}$$

Algunos Subconjuntos de IN_o:

a) Los números Pares: **Fórmula general: 2·n con n Î INo ; luego:** **(INo = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,.......}**

{0,2,4,6,8,10,12,14,16,18,............}

b) Los números impares: **Fórmula general: 2·n - 1 con n Î IN; luego:** **(IN = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,...........}**

{1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,............}

c) Los números dígitos: **Números formados por sólo una cifra; luego:**

{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}

d) <u>Los números primos</u>: **Son todos los p Î IN tales que p > 1 y sus únicos divisores son “1” y “p” ; es decir el uno y el mismo número, en consecuencia todo número primo tiene sólo dos divisores.**

<u>Ejemplos</u>:

i) 2 es primo, sus divisores son sólo 1 y 2.

ii) 17 es primo, sus divisores son sólo 1 y 17.

iii) 21 no es primo, 1 y 21 no son sus únicos divisores ya que 3 y 7 también lo son.

Si IP es el conjunto de todos los números primos, se tiene que sus elementos son:

IP = {2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,...... }

Notar que el número 2 es el único que cumple con ser número par y primo a la vez.

d) <u>Los números Compuestos</u>: **Son todos los q Î IN con q > 1 tal que q no sea número primo; los que pueden descomponer como un producto de dos o más números primos.**

<u>Ejemplos</u>:

i) 6 es compuesto, ya que $6 = 2 \cdot 3$ con 2 y 3 primos.

ii) 56 es compuesto, ya que $56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$ con 2 y 7 primos.

iii) 60 es compuesto, ya que $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ con 2, 3 y 5 primos.

Orden en IN: **Para todo a , b Î IN se define:**

i) (a > b) Û ($ m Î IN / a = b + m)
ii) (a < b) Û (b > a)
iii) (a ³ b) Û (a > b Ú a = b)
iv) (a £ b) Û (a < b Ú a = b)

Ejemplos:

8 > 5 ya que 8 = 5 + 3	**6 £ 9 ya que 6 < 9**
6 < 9 ya que 9 > 6	**8 ³ 2 ya que 8 > 2**
7 > 3 ya que 7 = 3 + 4	**7 £ 7 ya que 7 = 7**

Ejercicios:

1) Defina por extensión los siguientes conjuntos:

(IN = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,.......})

A = { x Î IN / x > 5 } **A = {6,7,8,9,10,11,....}**

B = { x Î IN / x < 4 } **B = {1,2,3}**

C = { x Î IN / x ³ 8 } **C = {8,9,10,11,12,....}**

D = { x Î IN / x £ 6 } **D = {1,2,3,4,5,6}**

E = { x Î IN / 4 < x < 9 } **E = {5,6,7,8}**

F = { x Î IN / 3 £ x < 7 } **F = {3,4,5,6}**

G = { x Î IN / 2 < x £ 8 } **G = {3,4,5,6,7,8}**

H = { x Î IN / 2 £ x £ 7 } **H = {2,3,4,5,6,7}**

I = { x Î IN / x es par Ù 4 < x < 9 }

I = { 6,8 }

J = { x Î IN / x es impar Ù 7 £ x < 15 }

J = { 7,9,11,13 }

K = { x Î IN / x es dígito Ù 3 < x £ 8 }

K = { 4,5,6,7,8 }

L = { x Î IN / x es primo Ù 5 £ x £ 17 }

L = { 5,7,11,13,17 }

Operaciones en **IN*:***

(1) Adición: **Ejemplo: 3 + 2 = 5 ; donde 3 y 2 son los sumandos y 5 es la suma de tales cantidades.**

(2) Multiplicación: **Ejemplo: 7 · 5 = 35 ; donde 7 y 5 son los factores y 35 es el producto de tales cantidades.**

Propiedades de la Adición y Multiplicación **en IN:**

PROPIEDAD	ADICION	MULTIPLICACION
Clausura o ley de composición interna :		
	" a,b Î IN a + b = c Ù c Î IN	" a,b Î IN a · b = c Ù c Î IN
Conmutatividad:		
	" a,b Î IN a + b = b + a	" a,b Î IN a · b = b · a

PROPIEDAD	ADICION	MULTIPLICACION
Asociatividad:	" a,b,c Î IN a + (b + c) = (a + b) + c	" a,b,c Î IN a · (b · c) = (a · b) · c
Elemento Neutro:	No Existe	Es el 1 ; " a Î IN a · 1 = a = 1 · a
Distributividad:	No Cumple	" a,b,c Î IN a·(b + c) = a · b + a · c (b + c)·a = a · b + a · c

Notar que la multiplicación es distributiva sobre la adición:

Ejemplo:

$$\underbrace{3 \times \underbrace{(5 + 2)}_{7}}_{21} = \underbrace{\underbrace{(3 \times 5)}_{15} + \underbrace{(3 \times 2)}_{6}}_{21}$$

En cambio la adición no es distributiva sobre la multiplicación:

Ejemplo:

$$\underbrace{4 + \underbrace{(5 \cdot 7)}_{35}}_{39} \neq \underbrace{\underbrace{(4 + 5)}_{9} \cdot \underbrace{(4 + 7)}_{11}}_{99}$$

(3) *Sustracción y división:*

Estas operaciones no siempre tienen solución en IN, luego no cumplen con la propiedad de clausura; ni con ninguna de las propiedades de la adición y multiplicación así por ejemplo:

(a) 12 - 9 = 3 ; donde 12 es el minuendo, 9 el sustraendo y 3 es la resta o diferencia.

(b) 7 - 15 = ; no tiene solución en IN.

(c) 32 : 8 = 4 ; donde 32 es el dividendo, 8 el divisor y 4 es el cuociente.

(d) 19 : 7 = ; no tiene solución en IN.

***Ejercicios*:**

1) Efectuar la siguiente operatoria directa:

a)

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 1\ 1\ 1\ \ \ 1 \\ 73.241 \\ +\ 578.795 \\ \hline 652.036 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 3\ 9\ \ 9\ 2\ \ \\ \cancel{4}\,\cancel{0}.\cancel{0}\,\cancel{3}\,2 \\ -\ 31.433 \\ \hline 08.599 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r} \underline{5.473} \times 46 \\ 32838 \\ +\ 21892\ \ \\ \hline 251.758 \end{array}$$

d)

$$63.9'9'1' : 89 = 719$$

$$\begin{array}{l} 169 \\ \ \ 801 \\ \ \ \ \ 00 \end{array}$$

2) Completar el cuadro siguiente, con las cantidades faltantes:

Número	Operación	Número	Resultado
32	+	16	48
76	-	26	50
32	·	5	160
72	:	4	18
200	:	8	25

Número	Operación	Número	Resultado
53	-	35	18
4	·	10	40
36	:	2	18
130	·	20	2.600
48	:	12	4

3) Resolver los siguientes ejercicios de operatoria combinada:

<u>Ejemplo</u>:

$$\underbrace{25 \times 12}_{300} + 50 + \underbrace{180 : 12}_{15} - 2 =$$

$$\underbrace{300 + 50 + 15}_{365} - 2$$

$$\underbrace{365 - 2}_{363}$$

Notar que en un ejercicio combinado que no tiene paréntesis, *se resuelven primero las multiplicaciones o divisiones y al final las sumas y restas.*

$$\text{a) } 720 : 12 - 15 \times 2 + 25 \times 4 =$$

$$60 - 30 + 100$$

$$30 + 100$$

$$130$$

$$\text{b) } 320 \times 10 : 5 - 500 + 640 : 16 \times 4 =$$

$$3200 : 5 - 500 + 40 \cdot 4$$

$$640 - 500 + 160$$

$$300$$

4) Resolver los siguientes ejercicios de eliminación de paréntesis:

Ejemplo:

$$150 - [80 - 3 \times \underbrace{(52 - 35)}] =$$

$$150 - [80 - \underbrace{3 \cdot 17}]$$

$$150 - [\underbrace{80 - 51}]$$

$$150 - 29$$

$$121$$

Notar que en un ejercicio con paréntesis, se resuelven primero los paréntesis más interiores, hasta eliminar completamente estos y reducir.

$$\text{a)}\quad 520 - [\,50 + 5 \times (35 - 12)\,] =$$

$$520 - [\,50 + 5 \cdot 23\,]$$

$$520 - [\,50 + 115\,]$$

$$520 - 165$$

$$355$$

$$\text{b)}\quad 105 - [\,6 \times (24 - 8) - 2 \times (19 - 5)\,] =$$

$$105 - [\,6 \cdot 16 - 2 \cdot 14\,]$$

$$105 - [\,96 - 28\,]$$

$$105 - 68$$

$$37$$

5) Resolver los siguientes problemas de operatoria:

a) El paseo de un grupo de 36 alumnos tiene como presupuesto: $180.000 en transporte, $115.200 en alojamiento y $162.000 en alimentación. ¿Cuál es el costo por persona si los gastos se reparten en partes iguales?

Transporte:	**$180.000**
Alojamiento:	**$115.200**
Alimentación:	**$162.000 +**
Gasto total:	**$457.200**

Número total de personas: 36

Costo por persona:

```
457.200 : 36 = 12700
097
 252
 00000
```

c/u: $12.700 ✓

b) Invertí $72.000 en comprar cierto número de libros iguales. Vendí 8 de ellos por $32.000 ganando $1.000 en cada uno. ¿Cuántos libros compré en total?

Vendí 8 de ellos por $32.000

Þ **c/u se vendió en: 32.000 : 8 = $4.000**

Se gano $1.000 en cada uno

Þ **c/u costó: 4.000 - 1.000 = $3.000**

Se invirtió $72.000 y cada libro costó $ 3.000

Þ **El número de libros es: 72.000 : 3.000 = 24 libros**

✓

Ejercicios Complementarios:

1) Se define A = { x/xÎIN Ù 5 < x £ 9 } ; con B = {z/zÎIN Ù 3 £ z < 8 } ; luego la suma entre el mayor valor de “x” y el menor valor de “z” es:

A) 11

B) 12

C) 13

D) 14

E) 15

A = {x/xÎIN Ù 5 < x £ 9} Þ A = {6,7,8,9}

B = {z/zÎIN Ù 3 £ z < 8} Þ B = {3,4,5,6,7}

Mayor valor de “x” + menor valor de “z”

= 9 + 3

= 12

2) Referente a dos números primos mayores que 2; es verdadero decir que:

I) Su suma es siempre nº par. (V)

II) Entre ellos existe sólo nºs pares.(F)

III) Su producto es siempre nº impar.(V)

A) Sólo I

B) Sólo I y II

$\boxed{\textbf{C) Sólo I y III}}$

D) Sólo II y III

E) Todas

Desarrollo en siguiente diapositiva

números primos mayores que 2:

{3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,...}

I) Su suma es siempre nº par. (V)

Su suma: **Ejemplos:**

$$\left.\begin{array}{r} 3 + 5 = 8 \\ 7 + 19 = 26 \\ 13 + 31 = 44 \end{array}\right\} \textit{Resultado par.}$$

II) Entre ellos existe sólo nºs pares. (F)

Ejemplo: Entre 7 y 11 están el 8 , 9 , 10 y 9 no es par

III) Su producto es siempre nº impar. (V)

Su producto: **Ejemplos:**

$$\left.\begin{array}{r} 3 \cdot 5 = 15 \\ 7 \cdot 19 = 133 \\ 13 \cdot 31 = 403 \end{array}\right\} \textit{Resultado impar.}$$

3) Se define $P = 40 - \underbrace{9 \cdot 6} : 2 = 40 - \underbrace{54 : 2} = \underbrace{40 - 27} = 13$

$Q = 5 + \underbrace{24 : 6} \cdot 2 = 5 + \underbrace{4 \cdot 2} = \underbrace{5 + 8} = 13$

$R = \underbrace{72 : 3} - \underbrace{3 \cdot 5} = 24 - 15 = 9$

luego es correcto que:

$\boxed{\text{A) } P = Q > R}$

$\underbrace{13}_{P} = \underbrace{13}_{Q} > \underbrace{9}_{R}$

B) $Q > P > R$

C) $P > Q = R$

D) $Q > R > P$

E) $P > Q > R$

4) Al reducir la siguiente expresión:

$$[6\cdot(16-7)-5\cdot(14-8)]:[2\cdot(12-9)] = \ ?$$

A) 2

B) 3

$\boxed{\text{C) } 4}$

D) 6

E) 8

$$[6\cdot(\underbrace{16-7})-5\cdot(\underbrace{14-8})]:[2(\underbrace{12-9})] =$$

$$[\underbrace{6\cdot 9} - \underbrace{5\cdot 6}]:[\underbrace{2\cdot 3}]$$

$$[\underbrace{54 - 30}]:[\underbrace{6}]$$

$$\underbrace{24 : 6}$$

$$= 4$$

5) Pago $23.500 por un pedido de 5 sacos de cemento. ¿Cuánto tendré que pagar por un nuevo pedido de 8 sacos de cemento?

A) $32.500

B) $36.700

C) $37.600

D) $38.500

E) $42.600

$23.500 por 5 sacos

Þ el valor de 1 saco es:

23.500 : 5 = 4700
  35
   000

Þ el valor de 8 sacos es:

4.700 · 8 = $37.600

6) Un camión puede cargar 15.000 Kg. Lleva 80 sacos cuyo peso es de 75 Kg. por unidad. ¿Cuántos más de estos sacos falta subir para cubrir la carga máxima?

A) 120	80 sacos cuyo peso es de 75 Kg
	Þ $80 \cdot 75 = 6.000$ Kg.
B) 140	Peso disponible:
C) 160	$15.000 - 6.000 = 9.000$ Kg
D) 190	Sacos que faltan subir:
E) 200	$9.000 : 75 = 120$

Respuestas de Ejercicios Propuestos Clase-01

1) D	2) E
3) C	4) B
5) A	6) D
7) D	8) B
9) D	10) C
11) A	12) C