Conjuntos Numéricos

Definiciones Conjuntistas:

Un conjunto es una lista, colección o agrupación de objetos bien definidos, los que se llaman elementos, los que se escriben entre llaves separados por comas.

Un conjunto puede quedar definido de dos formas:

i) ***Por Extensión:*** Cuándo se escriben todos los elementos que lo forman.

ii) ***Por Comprensión:*** Cuándo se indican sus elementos por medio de una propiedad precisa, que permita identificarlos.

> Ejemplo:
> El conjunto A que posee por elementos a los números dígitos definido por:
> i) Extensión es: A = {
> ii) Comprensión es: A = {

Pertenencia:

Si "x" es un elemento de un conjunto A se tiene que "x" pertenece a A; lo que se denota por $x \in A$; de no cumplirse la condición anterior "x" no pertenece a A ; lo que se denota por $x \notin A$.

> Ejemplo:
> Sea el conjunto: A = { x/x es letra de la palabra estudiar }
> Escrito por extensión y en orden alfabético sería: A = {
> luego: a A r A s A y A
> u A b A c A t A

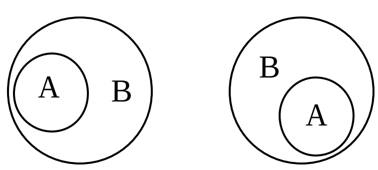
Subconjuntos:

Si todo elemento de un conjunto A es elemento de un conjunto B; se tiene que "A es subconjunto de B" lo que se denota por $A \subseteq B$; de no cumplirse la condición anterior "A no es subconjunto de B" ; lo que se denota por $A \not\subseteq B$.

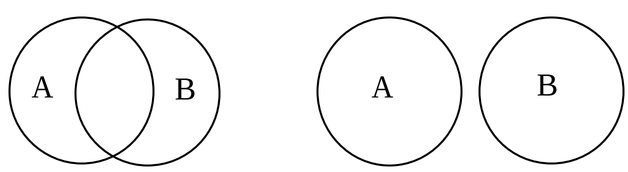
> Ejemplo:
> Sean los conjuntos: R = { 1,3,5 } S = { 1,5,7 } T = { 1,3,5,7,9 } ; entonces:
> R T R S T R
> S T S R T S

Diagramas:

a) Si $A \subseteq B$ con $A \neq B$; se representa por:



b) Si $A \not\subseteq B$; se representa por:



Conjunto vacío:

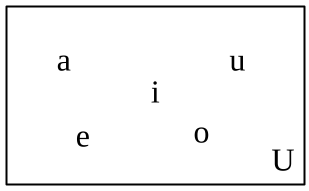
Es todo conjunto que carece de elementos, el que suele llamarse conjunto nulo, denotándose por el símbolo $\varnothing$.

> Ejemplo:
> Sea el conjunto: B = { $x/x - 2 = 1 \wedge$ x es par } ; se tiene que B = $\varnothing$

Conjunto Universal:

Es el conjunto formado por todos los elementos que componen una lista, colección o agrupación de objetos, denotándose por U y representándose gráficamente por un rectángulo.

Ejemplos:



El conjunto de las vocales, el del abecedario, el conjunto de los números dígitos, primos, etc. son conjuntos universales.

Operaciones entre Conjuntos:

1) Unión: La unión de los conjuntos A y B es el conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a A o a B o a ambos conjuntos; es decir considera a todos los elementos.

La unión de los conjuntos A y B se denota por $A \cup B$.

Ejemplo: Si A = { a,b,c,d } y B = { b,d,e,f } ; luego
$A \cup B = \{$

2) Intersección: La intersección de los conjuntos A y B es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a ambos conjuntos a la vez.

La intersección de los conjuntos A y B se denota por $A \cap B$.

Ejemplo: Si A = { a,b,c,d } y B = { b,d,e,f } ; luego
$A \cap B = \{$

3) Diferencia: La diferencia de los conjuntos A y B es el conjunto de todos los elementos de A que no pertenecen a B.

La diferencia entre el conjunto A y B se denota por A - B.

Ejemplo: Si A = { a,b,c,d } y B = { b,d,e,f } ; luego
A - B = {
Recíprocamente: B - A = {
Notar que A – B B – A.

4) Complemento: El complemento de un conjunto A con respecto a un conjunto universal U , es el conjunto de todos los elementos de U que no pertenecen a A.

El complemento del conjunto A se denota por A'.

Ejemplo: Si U = { x/x es número dígito } y A = { 2,5,7,9 } ; luego
U = {
A'= {

Ejercicio:

Sea $U = \{1,2,3,4,5,6\}$; $A = \{1,3,4,6\}$ y $B = \{1,4,5,6\}$; calcular:

(a) $A \cup B =$	(h) $A' \cap B' =$
(b) $A \cap B =$	(i) $A' - B' =$
(c) $A - B =$	(j) $B' - A' =$
(d) $B - A =$	(k) $(A \cup B)' =$
(e) $A' =$	(l) $(A \cap B)' =$
(f) $B' =$	(m) $(A - B)' =$
(g) $A' \cup B' =$	(n) $(B - A)' =$

Conjuntos Numéricos:

Los Números Naturales: Son los elementos del conjunto IN; donde:

$$\boxed{IN = \{1,2,3,4,5,6,......\}}$$

Si a los números naturales le agregamos el cero como elemento se obtiene el conjunto de los ***Números Cardinales*** o IN_o; entonces:

$$\boxed{IN_o = \{0,1,2,3,4,5,6,........\}}$$

Algunos Subconjuntos de IN_o:

a) Los números Pares: Fórmula general: $2 \cdot n$ con $n \in IN_o$; luego:

$$\{0,2,4,6,8,10,12,14,16,18,.............\}$$

b) Los números impares: Fórmula general: $2 \cdot n - 1$ con $n \in IN$; luego:

$$\{1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,...........\}$$

c) Los números dígitos: Números formados por sólo una cifra; luego:

$$\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

d) Los números primos: Son todos los $p \in IN$ tales que $p > 1$ y sus únicos divisores sean "1" y "p" ; es decir el uno y el mismo número, en consecuencia todo número primo tiene sólo dos divisores.

> Ejemplos: i) 2 es primo, sus divisores son sólo 1 y 2.
> ii) 17 es primo, sus divisores son sólo 1 y 17.
> iii) 21 no es primo, 1 y 21 no son sus únicos divisores ya que 3 y 7 también lo son.

Si IP es el conjunto de todos los números primos, se tiene que sus elementos son:

IP = {

Notar que el número 2 es el único que cumple con ser número par y primo a la vez.

e) ***Los números Compuestos:*** Son todos los $q \in IN$ con $q > 1$ tal que q no sea número primo; los que pueden descomponer como un producto de dos o más números primos.

Ejemplos: i)	6 es compuesto, ya que $6 = 2 \cdot 3$ con 2 y 3 primos.
ii)	56 es compuesto, ya que $56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$ con 2 y 7 primos.
iii)	60 es compuesto, ya que $60 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ con 2,3 y 5 primos.

Orden en IN: Para todo $a , b \in IN$ se define:

i) $(a > b) \Leftrightarrow (\exists\, m \in IN \;/\; a = b + m)$

ii) $(a < b) \Leftrightarrow (b > a)$

iii) $(a \geq b) \Leftrightarrow (a > b \lor a = b)$

iv) $(a \leq b) \Leftrightarrow (a < b \lor a = b)$

Ejemplos: 8 5 ya que ___________	6 9 ya que ___________
6 9 ya que ___________	8 2 ya que ____________
7 3 ya que ___________	7 7 ya que ____________

Ejercicio:

Defina por extensión los siguientes conjuntos:	
$A = \{ x \in IN \;/\; x > 5 \}$	A = {
$B = \{ x \in IN \;/\; x < 4 \}$	B = {
$C = \{ x \in IN \;/\; x \geq 8 \}$	C = {
$D = \{ x \in IN \;/\; x \leq 6 \}$	D = {
$E = \{ x \in IN \;/\; 4 < x < 9 \}$	E = {
$F = \{ x \in IN \;/\; 3 \leq x < 7 \}$	F = {
$G = \{ x \in IN \;/\; 2 < x \leq 8 \}$	G = {
$H = \{ x \in IN \;/\; 2 \leq x \leq 7 \}$	H = {
$I = \{ x \in IN \;/\; x \text{ es par} \land 4 < x < 9 \}$	I = {
$J = \{ x \in IN \;/\; x \text{ es impar} \land 7 \leq x < 15 \}$	J = {
$K = \{ x \in IN \;/\; x \text{ es dígito} \land 3 < x \leq 8 \}$	K = {
$L = \{ x \in IN \;/\; x \text{ es primo} \land 5 \leq x \leq 17 \}$	L = {

Operaciones en IN:

(1) Adición: Ejemplo: $3 + 2 = 5$; donde 3 y 2 son los sumandos y 5 es la suma de tales cantidades.

(2) Multiplicación: Ejemplo: $7 \cdot 5 = 35$; donde 7 y 5 son los factores y 35 es el producto de tales cantidades.

***Propiedades de la Adición y Multiplicación* en IN :**

PROPIEDAD	ADICION	MULTIPLICACION
Clausura o ley de composición interna :	$\forall$ a,b $\in$ IN a + b = c $\wedge$ c $\in$ IN	$\forall$ a,b $\in$ IN a $\cdot$ b = c $\wedge$ c $\in$ IN
Conmutatividad:	$\forall$ a,b $\in$ IN a + b = b + a	$\forall$ a,b $\in$ IN a $\cdot$ b = b $\cdot$ a
Asociatividad:	$\forall$ a,b,c $\in$ IN a + (b + c) = (a + b) + c	$\forall$ a,b,c $\in$ IN a $\cdot$ (b $\cdot$ c) = (a $\cdot$ b) $\cdot$ c
Elemento Neutro:	No Existe	Es el 1 ; $\forall$ a $\in$ IN a $\cdot$ 1 = a = 1 $\cdot$ a
Distributividad:	No Cumple	$\forall$ a,b,c $\in$ IN a $\cdot$ (b + c) = a $\cdot$ b + a $\cdot$ c (b + c)$\cdot$a = a $\cdot$ b + a $\cdot$ c

Notar que la multiplicación es distributiva sobre la adición:

Ejemplo: $3 \cdot (5 + 2) = (3 \cdot 5) + (3 \cdot 2)$

En cambio la adición no es distributiva sobre la multiplicación:

Ejemplo: $4 + (5 \cdot 7) \neq (4 + 5)\cdot(4 + 7)$

(3) ***Sustracción y división:***

Estas operaciones no siempre tienen solución en IN, luego no cumplen con la propiedad de clausura; ni con ninguna de las propiedades de la adición y multiplicación así por ejemplo:

(a) 12 - 9 = 3 ; donde 12 es el minuendo, 9 el sustraendo y 3 es la resta o diferencia.

(b) 7 - 15 = ; no tiene solución en IN.

(c) 32 : 8 = 4 ; donde 32 es el dividendo, 8 el divisor y 4 es el cuociente.

(d) 19 : 7 = ; no tiene solución en IN.

Ejercicios:

1) Efectuar la siguiente operatoria directa:

a) $\begin{array}{r} 73.241 \\ \underline{+\ 578.795} \end{array}$	b) $\begin{array}{r} 40.032 \\ \underline{-\ \ 31.433} \end{array}$
c) $\underline{5.473} \cdot 46$	d) 63.991 : 89 =

2) Completar el cuadro siguiente, con las cantidades faltantes:

Número	Operación	Número	Resultado
32	+		48
76	-		50
32	·		160
72	:	4	
	:	8	25

Número	Operación	Número	Resultado
	-	35	18
4	·	10	
36	:		18
130	·	20	
	:	12	4

3) Resolver los siguientes ejercicios de operatoria combinada:

Ejemplo: $25 \cdot 12 + 50 + 180 : 12 - 2 =$

Notar que en un ejercicio combinado que no tiene paréntesis, se resuelven primero las multiplicaciones o divisiones y al final las sumas y restas.

a) $720 : 12 - 15 \cdot 2 + 25 \cdot 4 =$

b) $320 \cdot 10 : 5 - 500 + 640 : 16 \cdot 4 =$

4) Resolver los siguientes ejercicios de eliminación de paréntesis:

Ejemplo: $150 - [80 - 3 \cdot (52 - 35)] =$

Notar que en un ejercicio con paréntesis, se resuelven primero los paréntesis más interiores, hasta eliminar completamente estos para luego reducir.

a) $520 - [50 + 5 \cdot (35-12)]=$

b) $105 - [6 \cdot (24 - 8) - 2 \cdot (19 - 5)]=$

5) Resolver los siguientes problemas de operatoria aritmética:

a) El paseo de un grupo de 36 alumnos tiene como presupuesto: \$180.000 en transporte, \$115.200 en alojamiento y \$162.000 en alimentación. ¿Cuál es el costo por persona si los gastos se reparten en partes iguales?

b) Invertí \$72.000 en comprar cierto número de libros iguales. Vendí 8 de ellos por \$32.000 ganando \$1.000 en cada uno. ¿Cuántos libros compré en total?

Ejercicios Complementarios:

1) Se define A = { x/x∈IN ∧ 5 < x ≤ 9 } ; con B = { z/z∈IN ∧ 3 ≤ z < 8 } ; luego la suma entre el mayor valor de "x" y el menor valor de "z" es: A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15	2) Referente a dos números primos mayores que 2; es verdadero decir que: l) Su suma es siempre nº par. ll) Entre ellos existe sólo n^{os} pares. lll) Su producto es siempre nº impar. A) Sólo l B) Sólo l y ll C) Sólo l y lll D) Sólo ll y lll E) Todas

3) Sean P = 40 – 9·6:2 ; Q = 5 + 24:6·2 ; R = 72:3 - 3·5 ; luego es correcto que: A) P = Q > R B) Q > P > R C) P > Q = R D) Q > R > P E) P > Q > R	4) Al reducir la siguiente expresión: [6·(16 – 7) – 5·(14 – 8)] : [2·(12 – 9)] = ? A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

5) Pago $23.500 por un pedido de 5 sacos de cemento. ¿Cuánto tendré que pagar por un nuevo pedido de 8 sacos de cemento? A) $32.500 B) $36.700 C) $37.600 D) $38.500 E) $42.600	6) Un camión puede cargar 15.000 Kg. Lleva 80 sacos cuyo peso es de 75 Kg. por unidad. ¿Cuántos más de estos sacos falta subir para cubrir la carga máxima? A) 120 B) 140 C) 160 D) 190 E) 200

Ejercicios Propuestos:

1) Si "a" es número par ; "b" es número impar y "c" es número primo. De las siguientes expresiones; representa(n) siempre un número par: l) a + b + 1 ll) a·c + a lll) a + b·c A) Sólo l B) Sólo ll C) Sólo lll D) Sólo l y ll E) Todas	2) Se define $P = 16 - 4 \cdot 3$ $Q = 20 : 5 \cdot 2$ $R = 10 \cdot 4 : 2$ en base a estos valores se cumple que: A) P > Q > R B) Q > P > R C) R > P > Q D) P > R > Q E) R > Q > P

3) El valor de 20 · 15 : 3 – 48 : 8 · 2 = ? A) 1 B) 13 C) 88 D) 97 E) 98	4) Al eliminar paréntesis y reducir: $56 - 3 \cdot [56 - 2 \cdot (45 - 23)] =$ A) 2 B) 20 C) 24 D) 36 E)Otro valor.

5) Dos obreros hacen una obra por $50.000 y trabajan 5 días. Uno recibe un jornal diario de $6.000. ¿Cuál es el jornal del otro?

A) $ 4.000
B) $ 5.000
C) $ 6.000
D) $ 20.000
E) $ 30.000

6) Vendí 60 sacos de azúcar por $480, ganando $3 en cada uno. ¿Por cuántos sacos estaba formado un pedido que hice al mismo precio y por el cuál pagué $400?

A) 50
B) 60
C) 70
D) 80
E) Otra cantidad

7) Una señora compró 5 metros de genero en $6.000. ¿Cuánto habría economizado si hubiera comprado en otra tienda donde por 3 metros habría pagado $3.000?

A) $200
B) $400
C) $600
D) $1.000
E) $3.000

8) Si 125 gramos de un alimento producen 6.250 calorías: ¿Cuántos gramos del mismo alimento hay que consumir para obtener 9.000 calorías?

A) 150 gr.
B) 180 gr.
C) 185 gr.
D) 190 gr.
E) 200 gr.

9) Un empleado gana $65.000 semanalmente y ahorra cada semana cierta suma. ¿Cuándo ha ganado $455.000 tiene ahorrado $98.000. ¿Cuánto ahorra a la semana?

A) $12.500
B) $13.000
C) $13.500
D) $14.000
E) $14.500

10) ¿Cuál es la ganancia que obtuvo una persona en la venta de un campo?

(1) Vendió en $ 2.000.000 cada hectárea del campo.
(2) Compró en $9.000.000 pagando $1.500.000 por la hectárea.

A) (1) por si sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

11) Se debe repartir $7.200 en un grupo de personas. ¿Cuántas personas son?

(1) A cada una de las personas le corresponde $160.
(2) Hay 6 personas que no retiraron su dinero.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) o (2)
E) Se requiere información adicional.

12) ¿Cuál es la distancia que recorre un bus entre dos ciudades ?

(1) El bus sale de la primera ciudad a las 15 horas y llega a las 18 horas a la otra ciudad.
(2) El bus viaja a una velocidad promedio de 80 Km./hora.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) o (2)
E) Se requiere información adicional.